Math. P.
660
-7-

Math. P. 660 (7

Math. P.
660/7.

Math. D.
6607.

Formeln und Aufgaben

zur

Stereometrie.

Für

Gymnasien, Gewerbschulen

und

zum Selbstunterricht.

Von

Dr. L. Woeckel.

In scientiis addiscendis exempla
magis prosunt quam praecepta.

Newton.

Nürnberg,
bei Riegel und Wießner.
1841.

(7

45 B

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vom Maasse.

Eine Größe messen, heißt untersuchen, wie oft eine andere gleichartige Größe in ihr enthalten ist, und diese heißt das Maaß der ersteren. Wegen der Gleichartigkeit dieses Maaßes mit dem zu Messenden muß demnach das Maaß einer geraden Linie ebenfalls eine gerade Linie, das Maaß einer Fäche ebenfalls eine Fläche und das Maaß eines Körpers ebenfalls ein Körper seyn.

Das gewöhnlichste Maaß für Linien (Längenmaaß) ist der Fuß oder Schuh, eine Länge, die zwar in verschiedenen Gegenden verschieden, aber jedesmal als bekannt vorausgesetzt ist.

Zum Maaße der Flächen (Flächenmaaß) bedient man sich des Quadratfußes, eines Quadrates, wovon jede Seite einen Fuß mißt.

Zum Maaße der Körper endlich wählt man einen solchen Körper, der durch eine einzige

gerade Linie bestimmt und nur von Quadraten begrenzt ist, dessen sämmtliche ebene Winkel also rechte Winkel sind. Dieser Körper ist der Würfel oder Cubus, und mit ihm messen heißt: den Cubikinhalt der Körper finden.

Beide letzteren Maaße, das Quadrat- und Cubikmaaß, sind von der Einheit des Längenmaaßes abhängig und demnach wie dieses in verschiedenen Gegenden verschieden.

So verschieden aber auch die Größe des Längenmaaßes ist, so ist man doch in folgender zweifachen Eintheilung desselben übereingekommen. Man theilt den Fuß nämlich entweder

1) in zehn gleiche Theile, geometrisch, oder
2) in zwölf gleiche Theile, handwerksmäßig.

Nach ersterer Eintheilung, der Decimaleintheilung (Decimalmaaß), theilt man den Fuß in 10 Zoll, den Zoll in 10 Linien, die Linie in 10 Scrupel. Zehn Fuß geben eine geometrische Ruthe.

Nach letzterer, der Duodecimaleintheilung (Duodecimalmaaß), enthält der Fuß 12 Zoll, der Zoll 12 Linien, die Linie 12

Scrupel. Zwölf Fuß geben eine Duodecimalruthe.

Beide Eintheilungen finden auch beim Quadrat- und Cubikmaaße Statt und es enthält demnach:

1) der Quadratfuß nach der Decimaleintheilung 100 Quadrat-Zoll, der Quadratzoll 100 Quadratlinien, die Quadratlinie 100 Quadratscrupel. 100 Quadratfuß machen eine Decimalquadratruthe.

2) der Quadratfuß nach der Duodecimaleintheilung 144 Quadratzoll, der Quadratzoll 144 Quadratlinien, die Quadratlinie 144 Quadratscrupel. 144 Quadratfuß geben eine Duodecimalquadratruthe.

3) der Cubikfuß nach der Decimaleintheilung 1000 Cubikzoll, der Cubikzoll 1000 Cubiklinien, die Cubiklinie 1000 Cubikscrupel. 1000 Cubikfuß geben eine Decimalcubikruthe.

4) Der Cubikfuß nach der Duodecimaleintheilung 1728 Cubikzoll, der Cubikzoll 1728 Cubiklinien, die Cubik-

linie 1728 Cubikscrupel. 1728 Cubikfuß geben eine Duodecimalcubikruthe.

Folgende Tabellen gewähren eine leichte Uebersicht

I. über das Flächenmaaß.

a) Decimalmaaß.

Quad.-Fuß	Quad.-Zoll	Quad.-Linie	Qdr.-Scrupel
1	100	10000	1000000
	1	100	10000
		1	100

b) Duodecimalmaaß.

Quad.-Fuß	Quad.-Zoll	Quad.-Linie	Qdr.-Scrupel
1	144	20736	2985984
	1	144	20736
		1	1728

II. über das Körpermaaß.

a) Decimalmaaß.

Cub.-Fuß	Cub.-Zoll	Cub.-Linie	Cub.-Scrupel
1	1000	1000000	1000000000
	1	1000	1000000
		1	1000

b) Duodecimalmaaß.

Cub.-Fuß	Cub.-Zoll.	Cub.-Linie	Cub.-Scrupel
1	1728	2985984	5159780352
	1	1728	2985984
		1	1728

Noch kann man zur Reduction des einen Maaßes in das andere sich Folgendes merken. (NB. Das Zeichen d bedeutet Decimalmaaß, das dd Duodecimalmaaß.)

$$1\,\square'\mathrm{dd} = 1\,\square'\mathrm{d}$$
$$1\,\square''\mathrm{dd} = 0{,}69444\,\square''\mathrm{d}$$
$$1\,\square'''\mathrm{dd} = 0{,}48225\,\square'''\mathrm{d}$$
$$1\,\square''''\mathrm{dd} = 0{,}33489\,\square''''\mathrm{d}$$

und

$$1\,\square'\mathrm{d} = 1\,\square'\mathrm{dd}$$
$$1\,\square''\mathrm{d} = 1{,}44\,\square''\mathrm{dd}$$
$$1\,\square'''\mathrm{d} = 2{,}0736\,\square'''\mathrm{dd}$$
$$1\,\square''''\mathrm{d} = 2{,}98598\,\square''''\mathrm{dd}$$

Ferner

$$1^{c\prime}\mathrm{dd} = 1^{c\prime}\mathrm{d}$$
$$1^{c\prime\prime}\mathrm{dd} = 0{,}57870^{c\prime\prime}\mathrm{d}$$
$$1^{c\prime\prime\prime}\mathrm{dd} = 0{,}33489^{c\prime\prime\prime}\mathrm{d}$$
$$1^{c\prime\prime\prime\prime}\mathrm{dd} = 0{,}19380^{c\prime\prime\prime\prime}\mathrm{d}$$

und

$$1^{c\prime}\mathrm{d} = 1^{c\prime}\mathrm{dd}$$
$$1^{c\prime\prime}\mathrm{d} = 1{,}728^{c\prime\prime}\mathrm{dd}$$
$$1^{c\prime\prime\prime}\mathrm{d} = 2{,}98598^{c\prime\prime\prime}\mathrm{dd}$$
$$1^{c\prime\prime\prime\prime}\mathrm{d} = 5{,}15978^{c\prime\prime\prime\prime}\mathrm{dd}.$$

Theilt man den pariser Fuß in 144 gleiche Theile, so mißt hievon der bayerische Fuß deren nur 129,38, der würtemberger = 127, der nürnberger = 134,7, der rheinländische = 139,13, der berliner = 139,13, der londner = 134,7 ꝛc.

In den folgenden Aufgaben ist, wo es nicht namentlich angeführt, stets das Decimalmaaß der leichteren Rechnung halber zu Grunde gelegt.

Aufgaben

zur Verwandlung eines Maaßes in ein anderes.

1. Der Quadratinhalt einer Ebene beträgt $Q = 42 \square^{o}\ 56 \square'\ 55 \square''\ 60 \square'''$ im Decimalmaaß. Wie viel beträgt er im Duodecimalmaaß?

2. Die Oberfläche eines Körpers hält $Q = 2 \square^{o}\ 45 \square'\ 40 \square''\ 80 \square'''\ 20 \square''''$ im Duodecimalmaaß. Wie viel beträgt dieselbe im Decimalmaaß?

3. Der Cubikinhalt eines Körpers beträgt $C = 5^{c\,o}\ 896^{c\prime}\ 540^{c\prime\prime}\ 830^{c\prime\prime\prime}$ im Decimalmaaß. Wie viel macht dieser im Duodecimalmaaß aus?

4. Der Cubikinhalt einer Kugel beträgt $C = 8^{c\,o}\ 130^{c\prime}\ 480^{c\prime\prime}\ 250^{c\prime\prime\prime}$ im Duodecimalmaaß. Wie viel beträgt dieser im Decimalmaaß?

5. Die Oberfläche eines Körpers beträgt $Q = 60 \square'\ 40 \square''\ 20 \square'''$ pariser Decimalmaaß. Wie viel beträgt dieselbe nach würtemberger Decimalmaaß?

6. Wie viel (x) betragen $40^{c\prime}$ $500^{c\prime\prime}$ $600^{c\prime\prime\prime}$ bayer. Decimalmaaß in nürnberger Decimalmaaß?

7. Was (x) betragen $40\square^{\prime}$ $25\square^{\prime\prime}$ $40\square^{\prime\prime\prime}$ nürnberger Decimalmaaß in berliner Duodecimalmaaß?

8. Ein Körper hat $3^{c\circ}$ $400^{c\prime}$ $520^{c\prime\prime}$ $30^{c\prime\prime\prime}$ berliner Duodecimalmaaß. Wie viel (x) hält derselbe in londoner Decimalmaaß?

Formeln und Aufgaben

zur

Berechnung der Oberflächen und der Cubikinhalte

I.

von Parallelepipeden und Prismen.

A. Formeln.

1) Bezeichnet g eine Seite eines Parallelogramms und h die ihr zugehörige Höhe, so ist der Flächeninhalt Q des Parallelogramms

$$Q = gh.$$

2) Bezeichnet g eine Seite eines Dreiecks und h die ihr zugehörige Höhe, so findet man den Flächeninhalt Q des Dreiecks

$$Q = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{g}{2} \cdot h = \frac{h}{2} \cdot g.$$

3) Werden die drei Seiten eines Dreiecks mit a, b, c bezeichnet, so ist die Fläche Q desselben

$$Q = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}$$

oder wenn man $\frac{a+b+c}{2} = S$ setzt,

$$Q = \sqrt{S.(S-a)(S-b)(S-c)}.$$

4) Bezeichnet man mit a, b, c die drei Dimensionen eines senkrechten Parallelepipedon, dessen Grundfläche ein Rechteck, so ist die Oberfläche Q desselben

$$Q = 2(ab + ac + bc).$$

5) Bezeichnet G die Grundfläche eines senkrechten Prisma und P deren Umfang, H die Höhe des Prisma, so ist dessen Gesammtoberfläche $Q = 2G + HP$.

6) Den Cubikinhalt C eines senkrechten Parallelepipedon, dessen Grundfläche ein Rechteck ist, aus seinen drei Dimensionen a, b, c findet man $C = abc$.

7) Den Cubikinhalt C jedes Prisma, dessen Grundfläche = G und Höhe = H ist, findet man $C = GH$.

8) Bezeichnet a die Kante des einen Würfels, b die des andern und Q, Q' die Inhalte ihrer Oberflächen, so wie C, C' ihre Cubikinhalte, so hat man

$$Q : Q' = a^2 : b^2$$
$$C : C' = a^3 : b^3.$$

Letztere Formel gilt überhaupt für Prismen, die einander ähnlich sind, wo a und b homologe Seiten oder Dimensionen bezeichnen.

B. Aufgaben.

1. Wie groß ist die Seite S eines Würfels, dessen Diagonallinie = D?

2. Wie groß ist die Diagonallinie D eines senkrechten Parallelepipedons, dessen Grundfläche ein Rechteck, wenn die drei Dimensionen mit a, b, c bezeichnet werden?

3. Die Oberfläche eines Würfels ist Q = 10 □′ 14 □″. Wie groß ist die Seite S des Würfels?

4. Die Diagonale eines Würfels D = 1′ 5″. Wie groß ist dessen Oberfläche Q?

5. Wie groß ist die Seite S eines Würfels, dessen Oberfläche = Q?

6. Die Länge der Kante eines Würfels ist 2′ 4″. Wie groß muß die Kante S eines Würfels werden, dessen Oberfläche 3mal so groß seyn soll?

7. Wie groß ist die Oberfläche Q eines senkrechten Parallelepipedon, dessen Grundfläche ein Rechteck von 12′ Länge, 7′ Breite, und das 9′ hoch ist?

8. Wie groß ist die Gesammtoberfläche Q eines senkrechten Prisma, wenn die Grundfläche = 8 □′ 12 □″, ihr Umfang = 1° 8′ 2″ und die Höhe = 2° 5′?

9. Die Gesammtoberfläche eines senkrechten Prisma, dessen Grundfläche ein reguläres Dreieck von 1′ 6″ Seitenlänge ist, beträgt Q = 12 □′ 29 □″ 70 □‴. Wie groß ist die Höhe H des Prisma?

10. Die Gesammtoberfläche eines senkrechten, 8′ 2″ hohen Prisma, dessen Grundfläche einen Umfang P = 9′ 6″ hat, beträgt 96 □′ 92 □″. Wie groß ist der Quadratinhalt seiner Grundfläche Q?

11. Ein senkrechtes Parallelepipedon, dessen spezifisches Gewicht = 1,75, wiegt 100 Pfd. Wenn nun die Höhe desselben H = 1′ 4″ ist, wie groß ist seine Grundfläche G? Der bayer. Cubikfuß Wasser wiegt 44 Pfd. 12 Lth.

12. Wie groß ist der Cubikinhalt C eines senkrechten Parallelepipedon, das 3′ 2″ hoch

und dessen Grundfläche ein Rechteck von 2′ 4″ Länge und 1′ 6″ Breite ist?

13. Wie groß ist der Cubikinhalt C eines Prisma, dessen Grundfläche = 2□′ 36□″ und Höhe = 4′ 5″ beträgt?

14. Die drei Dimensionen eines senkrechten Parallelepipedon, dessen Grundfläche ein Rechteck und dessen Cubikinhalt C = 86c′ 400c″ ist, zu finden, wenn die Länge sich zur Breite verhält = 5 : 3 und zur Höhe = 4 : 9?

15. Die bayer. Klafter Holz ist 6′ hoch, 6′ weit und die Scheitlänge beträgt 3′ 5″. Wie groß ist der Cubikinhalt C der Klafter?

16. Wie viel (x) Klafter Holz faßt eine Remise, die 20′ lang, 14′ breit und 18′ hoch ist?

17. Wie viel (x) Klafter Holz enthält ein viereckiger, rechtwinklig zugehauener Balken, dessen Länge = 54′, Breite = 2′ 5″ und Dicke = 2′ beträgt?

18. Wie tief (x) muß eine 25′ lange und 8′ breite Grube gegraben werden, wenn sie 150 Scheffel fassen soll? Der bayer. Scheffel hält 208 Maaß und der Cubikinhalt der Maaß c = 43 bayer. Decimal-Kubikzoll.

19. In welcher Zeit (x) wird ein Wasserbehälter, der die Form eines rechtwinkligen Parallelepipedon hat, von 15′ Länge, 9′ Breite und 4′ 8″ Höhe, vollgefüllt seyn, wenn die Röhre, durch die er das Wasser zugeführt bekommt, in jeder Stunde 12 Eimer Wasser liefert? Die bayer. Maaß hält 43 bayer. Decimal-Kubikzoll und der Eimer = 64 Maaß.

20. Die Grundfläche eines Wasserbehälters Q = 96 □′ 40 □″, seine Tiefe = 18′ 6″. Wie viel (x) Eimer faßt der Behälter, wenn der Cubikinhalt des bayer. Eimers = 2^{c}′ 752^{c}″ im Decimalmaaß?

21. Der Cubikinhalt eines senkrechten Prisma, dessen Grundfläche ein reguläres Dreieck ist, beträgt 4^{c}′ 667^{c}″ 875^{c}‴. Wenn nun die Höhe des Prisma H = 5′ 5″ ist, wie lang ist die Seite S der Grundfläche?

22. Der Cubikinhalt eines senkrechten Parallelepipedon, dessen Grundfläche = 21 □′ 36 □″ ist, beträgt C = 81^{c}′ 168^{c}″. Wie groß ist die Höhe H desselben?

23. Wie groß ist die Höhe H eines senkrechten Prisma, dessen Cubikinhalt C = 35^{c}′ 915^{c}″ 789^{c}‴, wenn sie jeder Seite der Grund-

fläche gleicht und diese ein reguläres Sechseck ist?

24. Wie groß ist die Seite S eines Würfels, dessen Cubikinhalt = C?

25. Ein Würfel hat 1′ 5″ Seitenlänge. Wie groß ist die Seite S eines Würfels, dessen Cubikinhalt nochmal so groß ist?

26. Das absolute Gewicht eines Würfels, dessen spezifisches Gewicht = 1,5 ist, beträgt 36 Pfd. $22\frac{1}{2}$ Lth. Wie groß ist die Kante S desselben, wenn der bayer. Cubikfuß Wasser 44 Pfd. 12 Lth. wiegt?

27. Wie tief (x) sinkt ein Würfel aus Erlenholz, dessen spezifisches Gewicht = $\frac{2}{3}$ ist und dessen Kante = 1′ 8″ beträgt, im Wasser ein?

28. Drei Würfel, von denen die Seite des ersten S = 1′ 2″, die Seite des zweiten S′ = 1′ 3″ und die Seite des dritten S″ = 2′ ist, sollen in einen Würfel verwandelt werden. Wie groß ist die Seite x desselben?

29. Man soll zwei Würfel fertigen, die sich dem Cubikinhalt nach zu einander verhalten = 2 : 3, und die beide so groß sind als ein dritter, dessen Kante = 3′ 2″. Wie groß sind die Kanten S, S′ der ersteren?

30. Die Seite des einen Würfels S = 2″ 4‴, die Seite des andern S′ = 8″ 2‴. Wie groß ist die Oberfläche Q eines Würfels, dessen Cubikinhalt dem der beiden Würfel gleich ist?

II.

von Cylindern.

A. Formeln.

1) Bezeichnet d den Durchmesser, r den Halbmesser eines Kreises, π die Ludolphine = 3,14159.., so ist der Umfang p dieses Kreises p = $d\pi$ = $2r\pi$ und sein Flächeninhalt

$$Q = \frac{d^2\pi}{4} = r^2\pi.$$

2) Der Flächeninhalt Q eines Rings, wo der Halbmesser des äußern Umfangs mit R, der des innern mit r bezeichnet ist, beträgt

$$Q = (R^2 - r^2)\pi.$$

3) Bezeichnet a die Anzahl Grade des Winkels eines Kreisausschnitts, so erhält man den Flächeninhalt Q desselben

$$Q = \frac{ar^2\pi}{360}.$$

4) Bezeichnet r den Halbmesser der Grundfläche eines senkrechten Cylinders und h die Höhe, so ist der Flächeninhalt Q des Mantels

$$Q = dh\pi = 2r\pi h,$$

und der Gesammtinhalt der Oberfläche

$$Q = 2r^2\pi + 2r\pi h$$
$$= 2r\pi\,(r+h).$$

5) Den Cubikinhalt C eines Cylinders findet man bei obiger Bezeichnung

$$C = r^2\pi h.$$

6) Der Cubikinhalt C eines abgestumpften Cylinders, dessen größte Höhe H und kleinste h bezeichnet, beträgt

$$C = r^2\pi\left(\frac{H+h}{2}\right).$$

7) Den Cubikinhalt C eines hohlen Cylinders, wo R, r die Halbmesser des äußeren und inneren Umfangs bezeichnen, so wie h die Höhe oder Länge des Cylinders, hat man

$$C = (R^2 - r^2)\,\pi h.$$

8) Bezeichnet C den Cubikinhalt des einen und C′ den des anderen zweier ähnlichen Cylinder und R, R′ die entsprechenden Radien ihrer Grundflächen, so hat man

$$C : C' = R^3 : R'^3.$$

B. Aufgaben.

1. Wie groß ist die Gesammtoberfläche Q eines senkrechten Cylinders, dessen Grundfläche zum Radius r = 1′ 6″ hat und dessen Höhe h = 8′ 6‴ beträgt?

2. Der Radius der Grundfläche eines senkrechten Cylinders, dessen Gesammtoberfläche Q = 28□′ 28□″ 94□‴ beträgt, r = 8″ 4‴. Wie groß ist die Höhe h des Cylinders?

3. Die Gesammtoberfläche eines 6′ 8‴ hohen Cylinders Q = 42□′ 46□″ 43□‴. Wie groß ist der Radius r der Grundfläche desselben?

4. Die Gesammtoberfläche eines 8′ 6″ langen Cylinders beträgt 73□′ 89□″. Wie groß ist der Radius r seiner Grundfläche?

5. Wie groß ist die Seitenfläche Q oder der Mantel eines senkrechten Cylinders, der 9′ 8″ 5‴ hoch ist, wenn der Radius seiner Grundfläche = 1′ 3″?

6. Der Mantel eines senkrechten Cylinders Q = 44□′ 114□″ 106□‴ Duodecimalmaaß und der Radius der Grundfläche = 1′ 4″. Wie groß ist die Höhe h des Cylinders?

7. Wie groß ist die Seitenfläche Q eines Cylinderausschnitts, wenn der Radius der Grundfläche des senkrechten, 3′ 8″ hohen Cylinders r = 1′ 4″ ist und der Winkel des Ausschnitts = 40° beträgt?

8. Der Mantel eines 6′ 4″ hohen senkr. Cylinders Q = 32□′ 97□″ 42□‴. Wie groß ist der Radius r der Grundfläche?

9. Wie viel Blech (x) braucht man zu einem cylinderförmigen, oben offenen Gefäß, das 5 bayer. Maaß halten soll, wenn der Durchmesser des Bodens d = 1′ 2″?

10. Der Radius der Grundfläche eines senkr., 6′ 5″ hohen Cylinders beträgt r = 1′.5″. Wie groß muß die Höhe h des Cylinders seyn, der dem ersteren ähnlich ist, wenn der Radius seiner Grundfläche r′ = 2′ 1″?

11. Der Radius der Grundfläche eines senkr., 8′ 6″ hohen Cylinders, r = 1′ 4″ 2‴. Wie groß ist der Cubikinhalt C des Cylinders?

12. Der Umfang der Grundfläche eines senkr. Cylinders, dessen Höhe h = 2′ 4″ ist, beträgt p = 3′ 5″ 5‴. Welches ist der Cubikinhalt C des Cylinders?

13. Der Cubikinhalt eines 5′ 10″ hohen senkr. Cylinders beträgt $25^{c\prime}$ $1455^{c\prime\prime}$ $1332^{c\prime\prime\prime}$ Duodecimalmaaß. Wie groß ist der Radius r der Grundfläche?

14. Die bayer. Maaß hat 43 Decimal-Cubikzoll. Wie hoch ist ein cylinderförmiges Gefäß, das eine bayer. Maaß enthält, wenn die Höhe dem Durchmesser der Grundfläche gleich ist?

15. Der Radius der Grundfläche eines senkr. Cylinders, dessen Cubikinhalt $C = 11^{c\prime}$ $309^{c\prime\prime}$ $734^{c\prime\prime\prime}$ beträgt, ist $r = 1' \; 2''$. Wie groß ist die Höhe h des Cylinders?

16. Wie groß ist der Durchmesser d eines, einen Fuß hohen cylinderförmigen Scheffelmaaßes, der Cubikinhalt des bayer. Scheffels zu 8944 Dezimal-Cubikzoll gerechnet?

17. Der Cubikinhalt eines Cylinders, dessen Höhe sich zum Umfang seiner Grundfläche verhält $= 9 : 5$, beträgt $40^{c\prime}$ $715^{c\prime\prime}$ $56^{c\prime\prime\prime}$. Wie groß ist die Höhe h und der Durchmesser d der Grundfläche des Cylinders?

18. Die Gesammtoberfläche eines senkr. Cylinders beträgt $Q = 36\Box' \; 20\Box'' \; 36\Box'''$ und der Radius seiner Grundfläche $r = 1' \; 2'' \; 5'''$.

Wie groß ist der Cubikinhalt C des Cylinders?

19. Der Umfang der Grundfläche eines senkr. Cylinders ist p = 8′ 2″ 4‴; wie groß ist der Cubikinhalt C desselben, wenn seine Höhe h = 20′ 4″ beträgt?

20. Wie groß ist der Cubikinhalt C eines Cylinderausschnitts, wenn die Höhe des senkr. Cylinders h = 3′ 6″, der Radius der Grundfläche r = 3″ 5‴ und der Bogen des Ausschnitts = 9″ 6‴ beträgt?

21. Wie viel (x) Klafter Holz gibt eine 28′ 4″ lange Welle, deren Durchmesser d = 2′ 8″ 4‴, den Cubikinhalt der Klafter zu 126c′ gerechnet?

22. Eine Feuerspritze hat zwei Cylinder oder Stiefel, deren innerer Durchmesser d = 8″ mißt. Wenn nun die Hubhöhe des Kolben in jedem 1′ beträgt und derselbe in jeder einzelnen Minute 32mal auf und ab geht, wie viel (x) Eimer Wasser wird die Spritze während einer Stunde unausgesetzter Thätigkeit ergießen?

23. Von einem 8′ 4″ langen Cylinder aus Eichenholz soll durch einen zu den beiden Cylindergrundflächen parallelen Schnitt so viel abge-

schnitten werden, daß das Gewicht der Walze um 156 Pfd. geringer wird. In welcher (x) Entfernung von der einen Grundfläche wird der Schnitt geführt werden müssen, wenn der Durchmesser der letzteren 2′ 6″ beträgt und das specifische Gewicht des Eichenholzes = 1,17 ist?

24. Wie groß ist der Cubikinhalt C eines senkr. abgestumpften Cylinders, wenn der Radius seiner Grundfläche = 8″ 7‴, seine größte Höhe H = 2′ 4″ und seine kleinste h = 2′ 1″ 4‴ ist?

25. Welches ist die Höhe h eines hohlen Cylinders, wenn der Durchmesser des äußeren Umfangs D = 2′ 5″, der Durchmesser der Höhlung d = 1′ 8″ und der Cubikinhalt des Cylinders C = 30ᶜ′ 259ᶜ″ 828ᶜ‴ beträgt?

26. Der Radius der Grundfläche eines 6′ 8″ hohen senkr. Cylinders ist r = 1′ 2″. Wenn nun ein anderer 8′ 2″ hoher senkr. Cylinder mit obigem gleichen Cubikinhalt hat, wie groß ist der Radius r der Grundfläche des letzteren?

27. Wie schwer (x) wiegt ein 6′ langer, hohler Cylinder, dessen innerer Durchmesser 3′ 6″ und dessen Eisenstärke 1″ 6‴ beträgt, wenn das

Gußeisen $7\frac{1}{2}$mal so schwer als Wasser ist und der bayer. Cubikfuß Wasser 44 Pfd. 12 Lth. wiegt?

28. Welches ist die Dicke (x) eines hohlen Cylinders, dessen Cubikinhalt $C = 9^{c\prime}\ 36^{c\prime\prime}\ 566^{c\prime\prime\prime}$ beträgt, wenn derselbe $8'\ 4''$ lang ist und sein äußerer Umfang $p = 5'\ 3''\ 6'''$ beträgt?

29. Aus einem $9'\ 8''$ langen Cylinder von Holz wird ein eben so langer, vierkantiger Balken, dessen Grundflächen die in die Cylindergrundflächen beschriebenen Quadrate sind, gehauen. Wie viel (x) beträgt der Holzabfall, wenn der Durchmesser der Grundfläche des Cylinders $d = 2'\ 4''$?

30. Drei senkr. Cylinder haben gleich große Grundflächen, aber verschiedene Höhen $= m, n, r$. Wie verhalten sich ihre Manteloberflächen und ihre Cubikinhalte?

31. Drei senkr. Cylinder haben gleiche Höhe, aber die Radien ihrer Grundflächen sind verschieden $= R, r, \varrho$. Wie verhalten sich ihre Cubikinhalte zu einander?

III.

von Pyramiden.

A. Formeln.

1) Zieht man von einer Ecke eines Dreiecks an den Halbirungspunkt der gegenüberliegenden Seite eine Linie (Transversale), und theilt diese in 3 gleiche Theile, so liegt im zweiten dieser Theile, von der Ecke an gerechnet, der Schwerpunkt des Dreiecks.

2) Bezeichnet G den Flächeninhalt und P den Umfang der Grundfläche einer gleichseitigen Pyramide, und ist die Höhe eines Seitendreiecks = S, so beträgt ihre Gesammtoberfläche

$$Q = G + \frac{PS}{2}.$$

3) Bezeichnet G den Flächeninhalt und P den Umfang der Grundfläche einer abgekürzten gleichseitigen Pyramide, g den Flächeninhalt und p den Umfang der Deckfläche, und ist S die Höhe eines Seitentrapezes, so beträgt ihre Gesammtoberfläche

$$Q = G + g + (P + p)\frac{S}{2}.$$

4) Bezeichnet G die Grundfläche und H die Höhe einer Pyramide, so ist deren Cubikinhalt

$$C = \frac{G \,.\, H}{3}.$$

5) Bezeichnet G die Grundfläche, g die Deckfläche einer parallel zur Grundfläche abgekürzten Pyramide, deren Höhe = H ist, so ist ihr Cubikinhalt

$$C = (G + \sqrt{Gg} + g)\frac{H}{3}.$$

6) Bezeichnet C den Cubikinhalt der einen und C′ den der anderen zweier ähnlichen Pyramiden und a und b homologe Seiten oder Dimensionen, so

$$C : C' = a^3 : b^3.$$

B. Aufgaben.

1. Wie hoch (x) ist die Pyramide, deren Grundfläche ein Rechteck von 2′ 6″ und 1′ 8″ Seitenlänge ist, wenn jede Kante k = 3′ 8″ mißt?

2. Wie hoch (x) ist eine Pyramide, deren Grundfläche ein reguläres Dreieck von 8″ 4‴ Seitenlänge ist, wenn alle anderen Kanten gleich lang sind und zwar k = 1′ 8″?

3. Die Grundfläche einer Pyramide ist ein Rechteck von 3′ 2″ und 2′ 4″ Seitenlänge, und jede Kante mißt 5′ 4″. Wie groß ist die Oberfläche Q dieser Pyramide?

4. Wie groß ist die Oberfläche Q einer gleichseitigen Pyramide, deren Grundfläche ein reguläres Dreieck von 2′ 8″ Seitenlänge ist, wenn die Höhe eines Seitendreiecks S = 4′ 5″?

5. Die Höhe einer gleichseitigen Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat von 2′ 8″ Seitenlänge ist, beträgt 4′ 8″. Wie groß ist die Oberfläche Q der Pyramide?

6. Wie groß ist die Oberfläche Q eines Tetraeders, dessen Kante k = 1′ 3″?

7. Wie groß ist der Umfang P der Grundfläche einer senkrechten Pyramide, deren Gesammtoberfläche Q = 24 □′ 24 □″ beträgt, wenn der Quadratinhalt der Grundfläche G = 8 □′ 40 □″ und die Höhe eines jeden Seitendreiecks S = 3′ 6″ ist?

8. Wie groß ist die Oberfläche Q einer abgekürzten, gleichseitigen Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat von 3′, Deckfläche ein Quadrat von 8″ Seitenlänge ist, wenn die Höhe derselben h = 6′?

9. Die Grundfläche einer Pyramide beträgt Q = 4 □′ 20 □″ und ihre Höhe h = 5′ 4″. Wie groß ist ihr Cubikinhalt C?

10. Wie groß ist der Cubikinhalt C einer Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat von 1′ 4″ Seitenlänge, wenn jede Kante k = 2′ 6″ lang ist?

11. Die Grundfläche einer Pyramide ist ein reguläres Sechseck von 1′ 2″ Seitenlänge, und die Höhe derselben h = 3′ 5″. Wie groß ist der Cubikinhalt der Pyramide C?

12. Wie groß ist der Cubikinhalt C einer Pyramide, wenn die Grundfläche ein reguläres Sechseck von 1′ 2″ Seitenlänge und jede Kante 3′ 7″ lang ist?

13. Wie groß ist die Höhe H einer Pyramide, deren Cubikinhalt $3^{c\prime}$ $130^{c\prime\prime}$ $500^{c\prime\prime\prime}$ beträgt, wenn die Grundfläche ein Dreieck ist, dessen Seiten a = 2′ 4″, b = 1′ 8″, c = 1′ 4″?

14. Wie groß ist die Grundfläche G einer 8′ 2″ hohen Pyramide, deren Cubikinhalt C = $11^{c\prime}$ $480^{c\prime\prime}$ ist?

15. Welches ist der Cubikinhalt C eines Tetraeders, dessen Kante = 1′ 6″?

16. Der Cubikinhalt eines Tetraeders C = $10^{c\prime}$ $248^{c\prime\prime}$. Wie groß ist die Kante k desselben?

17. Wie groß ist die Kante k eines 1 Ctr. schweren Tetraeders aus Blei, wen der Cubikfuß Blei 502 Pfd. wiegt?

18. Bezeichnet G die Grundfläche und g die Deckfläche einer abgekürzten Pyramide und h deren Höhe, wie groß ist die Höhe x der Ergänzungspyramide?

19. Die Grundfläche einer abgekürzten Pyramide G = 2 □′ 40 □″, die Deckfläche g = 1 □′ 84 □″, die Höhe H = 5′ 4″; wie groß ist ihr Cubikinha C

20. Die Grundfläche einer abgekürzten Pyramide G = 3 □′ 24 □″, ihre Deckfläche g = 2 □′ 25 □″ und die Höhe H = 4′ 8″. Wie groß ist der Cubikinhalt C des abgeschnittenen Stücks?

21. Der Cubikinhalt einer 9′ hohen abgestumpften Pyramide, deren Deckfläche g = 3 □′ 20 □″ ist, beträgt $12^{c\prime}$ $470^{c\prime\prime}$ $760^{c\prime\prime\prime}$. Wie groß ist der Quadratinhalt der Grundfläche G?

22. Die Grundflächen eines vierkantigen Balkens sind Quadrate von 1′ 6″ 2‴ und 1′ 2″

Seitenlänge. Der Balken ist 15′ lang, wie groß ist sein Cubikinhalt C?

23. Eine abgestumpfte Pyramide, wo die Grundfläche G = 4 □′ 41 □″ und die Deckfläche g = 2 □′ 56 □″ mißt, und deren Höhe H = 8′ 4″ beträgt, soll durch eine zur Grundfläche parallele Ebene halbirt werden. Wie groß (x) muß die Höhe des oberen Theils genommen werden?

24. Eine abgestumpfte 2′ 4″ hohe Pyramide, deren Grundfläche G ein Quadrat von 2′ 6″ und Deckfläche g vo 1′ 8″ Seitenlänge ist, soll durch eine zur Grundfläche parallele Ebene in zwei Theile getheilt werden, von denen der obere zum unteren sich verhält = 3 : 5. Wie hoch (x) muß der obere Theil genommen werden?

25. Wenn eine Pyramide in ihrer Mitte durch eine zur Grundfläche parallele Ebene durchschnitten ist, der wie vielte (x) Theil der ganzen Pyramide ist das obere Stück?

26. Eine 4′ 8″ hohe Pyramide soll durch zwei durchschneidende, mit der Grundfläche parallele Ebenen in drei gleiche Theile zerlegt werden. Wie hoch ist jeder der drei Theile?

IV.

Von Kegeln.

A. Formeln.

1) Den Mantel Q eines senkrechten Kegels, dessen Seite = S ist und wo P den Umfang seiner Grundfläche bezeichnet, findet man

$$Q = \frac{P \cdot S}{2}.$$

2) Bezeichnet P den Umfang der Grundfläche und p den Umfang der Deckfläche eines geraden, abgestumpften Kegels, dessen Seitenlänge = S, so ist die Oberfläche des Mantels vom abgestumpften Kegel

$$Q = (P + p) \frac{S}{2}.$$

3) Bezeichnet G den Quadratinhalt und P den Umfang der Grundfläche eines senkrechten Kegels und S dessen Seite, so findet man die Gesammtoberfläche des Kegels

$$Q = G + \frac{P \cdot S}{2}.$$

4) Bezeichnet r den Radius der Grundfläche und H die Höhe eines senkrechten Kegels, so ist

die Gesammtoberfläche desselben

$$Q = r\pi\,(r + \sqrt{h^2 + r^2})$$

und wenn statt H die Seite S gegeben ist:

$$Q = r\pi\,(r + S).$$

5) Bezeichnet R den Radius der Grund-, r den Radius der Deckfläche eines geraden, abgestumpften Kegels und S die Länge der Seite, so ist dessen Gesammtoberfläche

$$Q = \pi\,\big(R\,(R + S) + r\,(r + S)\big)$$

6) Den Cubikinhalt eines senkrechten Kegels, dessen Grundfläche G und Höhe H ist, findet man

$$C = \frac{G\,.\,H}{3}$$

und da

$$G = r^2\pi,$$

$$C = \frac{r^2\pi H}{3}.$$

7) Der Cubikinhalt C eines parallel zur Grundfläche abgestumpften senkrechten Kegels, wo G die Grundfläche und g die Deckfläche, H die Höhe des Trunkus bezeichnet, ist

$$C = (G + \sqrt{Gg} + g)\,\frac{H}{3}$$

oder wenn R den Radius der Grund- und r den der Deckfläche bezeichnet

$$C = (R^2 + Rr + r^2)\,\frac{\pi H}{3}$$

$$= \left((R + r)^2 - Rr\right)\frac{\pi H}{3}$$

8) Bezeichnet C den Cubikinhalt des einen, C′ den des anderen zweier ähnlicher Kegel, und a und b homologe Dimensionen der beiden Kegel, so $C : C' = a^3 : b^3$.

B. Aufgaben.

1. Wie groß ist der Mantel Q eines senkr. Kegels, wenn der Radius seiner Grundfläche r = 2′ 2″ und seine Seite S = 6′ 4″ mißt?

2. Der Radius der Grundfläche eines 6′ hohen, senkr. Kegels r = 1′ 1″. Wie groß ist der Mantel Q des Kegels?

3. Der Quadratinhalt eines Kegelmantels, dessen Seite S = 1′ 6″ lang ist, beträgt 96 □″. Wie groß ist der Umfang P der Grundfläche des Kegels?

4. Der Mantel eines abgekürzten Kegels, dessen unterer Umfang P = 20′ 1″ und oberer p = 15′ 0″ 8‴, beträgt 2 □° 11 □′ 12 □″. Wie groß ist die Höhe h des abgekürzten Kegels?

5. Der Mantel eines abgestumpften Kegels, dessen unterer Umfang P = 4′ 5″ und oberer p = 3′ 2″ ist, beträgt Q = 6□′ 93□″. Wie groß ist die Seite S des abgestumpften Kegels?

6. Wie groß ist der Mantel Q eines abgestumpften Kegels, dessen Seite S = 4′ 2″ ist, wenn der Radius der Grundfläche R = 1′ 4″ und der der Deckfläche r = 8″ ist?

7. Der Radius der Grundfläche eines abgestumpften Kegels R = 2′ 4″, der der Deckfläche r = 1′ 6″ und die Seite S = 6′ 4″. Wie groß ist die Gesammtoberfläche Q des abgestumpften Kegels?

8. Der Radius der Grundfläche eines 6′ 2″ hohen, abgestumpften Kegels, R = 2′ 2″, der Radius der Deckfläche r = 1′ 6″. Wie groß ist seine Gesammtoberfläche Q?

9. Der Mantel eines abgest. Kegels, dessen Höhe H = 4′ 6″, mißt Q = 26□′ 23□″ 24□‴, und zwar ist der Radius seiner Deckfläche nur halb so groß als der seiner Grundfläche. Wie groß ist demnach dieser Radius R?

10. Wie groß ist der Mantel eines 4′ 5″ hohen, abgekürzten Kegels, wenn der Radius

der Grundfläche R = 1′ 2″ und der der Deckfläche r = 9″ ist?

11. Wie groß ist die Gesammtoberfläche Q eines gleichseitigen Kegels, wenn der Durchmesser d seiner Grundfläche oder die Länge seiner Seitenlinie S = 1′ 6″?

12. Die Gesammtoberfläche eines gleichseitigen Kegels Q = 51□′ 84□″. Wie groß ist der Durchmesser d seiner Grundfläche oder seine Seitenlinie S?

13. Wie groß ist die Oberfläche Q eines senkr. Kegels, dessen Seite S = 3′ 4″ ist und wenn der Radius seiner Grundfläche r = 1′ 2″ beträgt?

14. Wie groß ist die Gesammtoberfläche Q eines senkr., 4′ 8″ hohen Kegels, wenn der Radius seiner Grundfläche r = 9″?

15. Der Radius der Grundfläche eines 4′ 5″ 4‴ hohen, senkr. Kegels r = 8″ 4‴; wie groß ist dessen Gesammtoberfläche Q?

16. Wie groß ist der Radius r der Grundfläche eines senkr. Kegels, dessen Seite S = 8′ 6″ und dessen Mantel Q = 48□′ 59□″?

17. Wie groß ist der Radius r der Grund-

fläche eines 4′ 2″ hohen, senkr. Kegels, dessen Mantel Q = 17 □′ 95 □″ 60 □‴?

18. Die Gesammtoberfläche eines senkr. Kegels, dessen Seite S = 2′ 4″, beträgt Q = 8 □′ 4 □″ 24 □‴. Wie groß ist der Radius r der Grundfläche dieses Kegels?

19. Die Gesammtoberfläche eines 3′ 2″ hohen, senkr. Kegels beträgt Q = 10 □′ 94 □″ 73 □‴. Wie groß ist der Radius r seiner Grundfläche?

20. Wie groß ist die Seite S eines senkr. Kegels, dessen Gesammtoberfläche Q = 43 □′ 98 □″ 24 □‴ ist, wenn der Radius der Grundfläche r = 1′ 4″?

21. Die Gesammtoberfläche eines senkr. Kegels beträgt 101 □′ 58 □″ 8 □‴. Wenn nun der Radius der Grundfläche dieses Kegels r = 1′ 5″ ist, wie hoch ist der Kegel?

22. Die Oberfläche eines Kegels, dessen Höhe sich zum Radius seiner Grundfläche verhält = 8 : 3, beträgt 17 □′ 40 □″ 78 □‴. Wie hoch ist der Kegel?

23. Das Dach eines runden Thurms, dessen Seite 48′ 6″ lang ist, hat unten einen Durchmesser D = 41′ 6″. Wie viel (x) Zie-

geln braucht man zu seiner Bedeckung, wenn der hervorragende Theil jedes Ziegels 5'' lang und 4'' 1''' breit ist?

24. Man soll den Radius R der Grundfläche eines Cylinders von der Höhe h = 2' 8'' finden, dessen Mantel der Gesammtoberfläche eines senkr. Kegels gleich ist, welcher 3' 8'' hoch ist und zum Radius seiner Grundfläche r = 1' 8'' hat?

25. Die Höhe eines abgestumpften Kegels, dessen Grundfläche zum Radius R = 2' 4'' und Deckfläche zum Radius r = 2' hat, ist H = 4' 4''. Wie groß (x) ist der Winkel des Kreisausschnitts, zu welchem der Kegelmantel gehört?

26. Wie groß ist der Cubikinhalt C eines 1' 4'' hohen Kegels, wenn der Radius seiner Grundfläche R = 3'' 6'''?

27. Von einem senkrechten Kegel, dessen Cubikinhalt C = 1c' 360c'', ist bekannt, daß seine Höhe dem Radius der Grundfläche gleich ist. Wie groß ist dieser Radius R?

28. Wie groß ist der Cubikinhalt C eines Kegels, dessen Seite S = 4' 1'' und der Radius der Grundfläche R = 9''?

29. Wie groß ist der Cubikinhalt C eines gleichseitigen Kegels, dessen Seitenlänge S = 3′ 6″ ist?

30. Welches ist der Cubikinhalt C eines gleichseitigen Kegels, dessen Gesammtoberfläche Q = 5□′ 76□″?

31. Wie groß ist der Durchmesser d der Grundfläche oder die Seitenlinie S eines gleichseitigen senkr. Kegels, dessen Cubikinhalt C = 5c′ 832c″?

32. Wie groß ist der Cubikinhalt C eines 4′ 8″ hohen Kegels, dessen Mantel 40□′ beträgt?

33. Wie groß ist der Cubikinhalt C einer einem senkr. Kegel eingeschriebenen vierkantigen Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat, wenn die Höhe des Kegels H = 3′ 6″ und der Radius seiner Grundfläche R = 1′ 1″ 2‴?

34. Wie groß ist der Cubikinhalt C einer einem senkr. Kegel einbeschriebenen sechskantigen Pyramide, deren Grundfläche ein reguläres Sechseck, wenn die Höhe des Kegels H = 2′ 4″ und der Radius seiner Grundfläche R = 8″?

35. Legt man durch die Achse eines senkr. Kegels eine Ebene, so gibt der Durchschnitt ein

gleichseitiges Dreieck von 2′ 4″ Seitenlänge. Wie groß ist der Cubikinhalt C dieses Kegels?

36. Der Cubikinhalt eines 5′ 8″ 2‴ hohen, senkr. Kegels ist $C = 6^{c\prime}\ 291^{c\prime\prime}\ 420^{c\prime\prime\prime}$. Wie groß ist der Quadratinhalt seiner Grundfläche G?

37. Der Cubikinhalt eines senkr. Kegels, dessen Mantel nochmal so groß ist als seine Grundfläche, beträgt $C = 136^{c\prime}\ 400^{c\prime\prime}$. Wie groß ist die Höhe h dieses Kegels?

38. Der Radius der Grundfläche eines senkr. Kegels R = 1′ 6″ und seine Seite ist so groß als der Umfang der Grundfläche. Welches ist der Cubikinhalt C des Kegels?

39. Der Cubikinhalt eines senkr. Kegels $C = 3^{c\prime}\ 647^{c\prime\prime}\ 280^{c\prime\prime\prime}$. Wenn nun der Mantel des Kegels ein Kreisausschnitt ist, dessen Winkel = 160°, wie groß ist die Seite des Kegels S?

40. Von einem 3′ 6″ hohen, senkr. Kegel, dessen Grundfläche einen Durchmesser D = 1′ 8″ hat, soll durch eine zur Grundfläche parallele Ebene der obere Theil so abgeschnitten werden, daß sein Cubikinhalt $C = 1^{c\prime}$ beträgt. Wie groß ist die Höhe h dieses Theils?

41. Der Cubikinhalt eines Kegels, dessen

Manteloberfläche nochmal so groß als seine Grundfläche ist, beträgt C = 15c′ 166c″. Welches ist die Höhe h des Kegels?

42. Der Radius der Grundfläche eines abgestumpften Kegels R, der der Deckfläche = r und die Höhe = H. Wie groß (x) ist die Höhe des oberen fehlenden Stücks?

43. Der Radius der Grundfläche eines 13′ 5″ hohen, abgestumpften Kegels R = 1′ 4″, der Radius der Deckfläche 1′ 1″. Wie groß ist sein Cubikinhalt C?

44. Wie viel (x) Cubikfuß hält ein 42′ langer Baumstamm, dessen unterer Umfang 6′ 8″ und oberer Umfang 5′ 2″ beträgt?

45. Wie viel (x) Eimer faßt ein kupferner Kessel, der die Form eines abgestumpften Kegels hat, dessen unterer Durchmesser 4′ 8″ und oberer 6′, und Seitenlinie 3′ 6″ mißt? Der bayer. Eimer hält 2c′ 752c″ Decimalmaaß.

46. Aus einem 30′ langen Holzstamme soll ein dreikantiger Balken, dessen Grundflächen die größten regulären Dreiecke sind, die den beiden Basen des Stammes einbeschrieben werden können, gehauen werden. Wie viel C beträgt der Holzabfall, wenn der untere Durchmesser des

Stammes R = 2′ und der obere r = 1′ 6″ mißt?

47. Aus einem Holzstamme, der 24′ lang ist, soll ein vierkantiger von gleicher Dicke, dessen Grundfläche dem in die kleinere Basis des Stammes einbeschriebenen Quadrate gleich ist, gehauen werden. Wie viel C beträgt der Holzabfall, wenn der obere Durchmesser des Stammes r = 1′ 8″ und der untere R = 2′ 8″ mißt?

48. Aus einem mit Wasser gefüllten, 6″ hohen Trinkglase, dessen oberer Durchmesser D = 4″ 2‴, unterer d = 3″ 4‴ mißt, ist so lange Wasser herausgegossen worden, bis der Wasserstand nur noch eine Höhe von 3″ hat. Wie viel (x) Wasser ist noch im Glase zurück?

49. Ein abgestumpfter, 20′ 4″ hoher Kegel soll durch eine zur Grund- und Deckfläche parallele Ebene in zwei gleich große Stücke zerlegt werden. Wie groß (x) muß die Höhe des oberen Stücks werden, wenn der Radius der Grundfläche R = 3′ 6″ und der der Deckfläche r = 2′ 8″ ist?

50. Ein Baumstamm, dessen unterer Durchmesser D = 3′ 2″ und oberer d = 2′ 4″ mißt, giebt 3 Klafter Holz. Wie lang ist der Baum?

51. Der Cubikinhalt eines abgestumpften Kegels, der 54′ 6″ lang und dessen oberer Durchmesser d = 1′ 8″ ist, beträgt C = 209c′ 840c″. Wie groß ist der untere Durchmesser D dieses Kegels?

52. Zum Messen des Kalkes bedient man sich in Bayern eines Maaßes in Form eines abgestumpften Kegels, dessen Höhe h = 11″ 8‴, und dessen Grundfläche einen Durchmesser D = 1′ 5″ und Deckfläche einen Durchmesser d = 1′ 2″ 5‴ hat. Welches ist der Cubikinhalt C dieses Maaßes?

V.

Von Kugeln.

A. Formeln.

1) Bezeichnet r den Radius, d den Durchmesser einer Kugel und h die Höhe einer Kugelzone oder eines Kugelabschnitts, so ist die krumme Oberfläche Q dieser

$$Q = 2r\pi h = d\pi h.$$

2) Die Oberfläche einer Kugel ist

$$Q = 4r^2\pi = d^2\pi.$$

3) Die krumme Oberfläche Q eines keilförmigen Kugelausschnitts, dessen Ebenen sich unter dem Winkel von a Graden schneiden, ist

$$Q = \frac{4\,r^2 \pi\, a}{360} = \frac{d^2 \pi\, a}{360}.$$

4) Den Cubikinhalt C einer Kugel hat man

$$C = \frac{4\,r^3 \pi}{3} = \frac{d^3 \pi}{6}.$$

5) Der Cubikinhalt eines Kugelausschnitts, dessen zugehöriger Kugelabschnitt die Höhe = h hat, ist

$$C = \frac{2\,r^2 \pi\, h}{3} = \frac{d^2 \pi\, h}{6}.$$

6) Der Cubikinhalt C eines keilförmigen Kugelausschnitts, dessen Ebenen sich unter dem Winkel von a Graden schneiden, ist

$$C = \frac{4\,r^3 \pi\, a}{3.360} = \frac{d^3 \pi\, a}{6.360}.$$

7) Den Cubikinhalt C eines Kugelabschnitts, dessen Höhe = h ist, findet man

$$C = \frac{h^2 \pi}{3}\,(3\,r - h).$$

8) Den Cubikinhalt C einer Kugelzone, deren Höhe = h ist, und deren größter Parallelkreis in einer Entfernung = a vom Mittel-

punkte der Kugel sich befindet, erhält man

$$C = \frac{h\pi}{3}(3a^2 + 3ah + h^2).$$

9) Den Cubikinhalt C einer Zone hat man, wenn a den Halbmesser der einen und b den Halbmesser der andern parallelen Kreisebene bezeichnet und h die Höhe der Zone ist,

$$C = \frac{h\pi}{6}(3a^2 + 3b^2 + h^2).$$

10) Den Cubikinhalt C eines Kugelabschnitts findet man, wenn a den Halbmesser seiner Grundfläche und h seine Höhe bezeichnet,

$$C = \frac{h\pi}{6}(3a^2 + h^2).$$

11) Den Cubikinhalt C einer hohlen Kugel, deren äußerer Durchmesser = D und innerer Durchmesser = d ist, findet man

$$C = \frac{\pi}{6}(D^3 - d^3) = \frac{4\pi}{3}(R^3 - r^3).$$

12) Bezeichnet Q, Q′ die Oberflächen, C, C′ die Cubikinhalte zweier Kugeln, deren entsprechende Halbmesser oder Durchmesser r, r′; d, d′ sind, so hat man

$$Q : Q = r^2 : r'^2 = d^2 : d'^2,$$
$$C : C = r^3 : r'^3 = d^3 : d'^3.$$

B. Aufgaben.

1. Wie groß ist die Oberfläche Q einer Kugel, deren Halbmesser r = 2′ 5″ 2‴ Duodecimalmaaß ist?

2. Der Umfang des Aequators unserer Erde beträgt 5400,4 geogr. Meilen. Wie groß ist die Oberfläche Q der Erde?

3. Die Oberfläche einer Kugel beträgt 17□′ 20□″ 20□‴. Wie groß ist ihr Durchmesser d?

4. Der Durchmesser einer Kugel ist dreimal so groß als der einer andern. Wie vielmal (x) ist die Oberfläche der ersteren größer als der zweiten?

5. Wie groß ist die krumme Oberflüche Q eines keilförmigen Kugelausschnitts (Spittels), dessen Ebenen sich unter einem Winkel von 65° schneiden, wenn der Radius der dazu gehörigen Kugel r = 1′ 2″ beträgt?

6. Die Höhe einer Zone, welche zu einer Kugel gehört, deren Durchmesser d = 8′ 4″, beträgt 1′ 8″. Wie groß ist die Oberfläche Q der Zone?

7. Der Halbmesser einer Kugel r = 3′ 6″.

Wie groß ist die Oberfläche Q des ihr zugehörigen Kugelabschnitts, dessen Höhe h = 1′ 5″ 2‴ beträgt?

8. Wie groß ist die Oberfläche Q einer Zone, deren Höhe h = 6″, wenn der Radius ihres größeren Kreises R = 1′ 2″ und der ihres kleineren r = 9″ beträgt?

9. Gerade oberhalb einer auf einer Ebene liegenden Kugel, deren Durchmesser D = 1′ 8″, befindet sich in einer Entfernung von 6″ ein leuchtender Punkt. Wie groß ist der Radius R des Schattenkreises auf der Ebene?

10. Wie groß ist der Radius R der Grundfläche eines senkrechten, 2′ 6″ hohen Kegels, dessen Mantel so groß wie die Oberfläche einer Kugel ist, welche einen Radius r von 8′ Länge hat?

11. Wie verhält sich die Oberfläche der Kugel zur Gesammtoberfläche des um sie beschriebenen Cylinders?

12. Wie verhält sich die Oberfläche der Kugel zur Gesammtoberfläche des um dieselbe beschriebenen gleichseitigen Kegels?

13. Wie groß sind die Oberflächen der heißen, der beiden gemäßigten und der beiden

kalten Zonen unserer Erde, deren Halbmesser r = 820 geogr. Meilen ist, wenn die Höhe der heißen Zone = 684, der beiden gemäßigten = 892 und der beiden kalten = 144 geogr. Meilen beträgt?

14. Die krumme Oberfläche eines Kugelausschnitts, dessen Winkel 82° 20′ ist, beträgt Q = 4□′ 13□″ 85□‴. Wie groß ist der Durchmesser d der Kugel, zu welcher er gehört?

15. Die krumme Oberfläche eines zu einer Kugel, deren Durchmesser d = 1′ 2″, gehörigen Kugelausschnitts beträgt Q = 80□″ 42□‴. Wie groß ist der Winkel (x) des Ausschnitts?

16. Die Gesammtoberfläche eines keilförmigen Ausschnitts von einer Kugel, deren Durchmesser D = 2′ 4″ ist, beträgt 8□′ 14□″ 30□‴. Welches ist der Cubikinhalt C des Kugelausschnitts?

17. Bei einem Barometerstande von 27″ 2‴ wird die in zwei magdeburgischen Halbkugeln, deren Halbmesser r = 8″, befindliche Luft mittelst der Luftpumpe so verdünnt, daß sie das Quecksilber bloß 8‴ in der Röhre zu tragen im Stande ist. Wie groß (x) ist der Druck, den die äußere Luft auf diese beiden Kugeln

ausübt, der dem Gewichte einer Quecksilbersäule von der gegebenen Grundfläche und einer Höhe, die man durch die Differenz des äußeren und inneren Barometerstandes findet, gleichkommt? Das specifische Gewicht des Quecksilbers = $13\frac{1}{2}$.

18. Der Halbmesser einer Kugel $r = 6'' 3'''$. Wie groß ist ihr Cubikinhalt C?

19. Der Cubikinhalt einer Kugel beträgt $C = 6^{c\prime}\ 708^{c\prime\prime}\ 823^{c\prime\prime\prime}$. Wie groß ist ihr Durchmesser d?

20. Wie groß ist der Radius r einer Kugel, deren Cubikinhalt $C = 96^{c\prime}\ 966^{c\prime\prime}\ 870^{c\prime\prime\prime}$?

21. Der Cubikinhalt einer Kugel $C = 2^{c\prime}\ 144^{c\prime\prime}\ 640^{c\prime\prime\prime}$. Wie groß ist ihre Oberfläche Q?

22. Wie groß ist der Cubikinhalt C einer Kugel, deren Oberfläche $Q = 19\square'\ 32\square''\ 20\square'''$ beträgt?

23. Wie groß ist die Höhe h eines Kugelabschnitts, dessen krumme Oberfläche $Q = 12\square'\ 56\square''\ 64\square'''$, wenn der Radius der Kugel $r = 2'\ 5''$?

24. Der Radius einer Kugel $r = 1'\ 8''$. Wie groß muß der Radius einer Kugel genom-

men werden, die nur $\frac{2}{3}$ vom Cubikinhalt dieser ersteren enthält?

25. Der Durchmesser einer Kugel d = 2′ 4″. Wie groß muß der Durchmesser D einer Kugel genommen werden, deren Cubikinhalt den der ersteren 5mal übertrifft?

26. Der Durchmesser einer 20 Pfd. schweren Kugel beträgt D = 5″ 4‴. Wie schwer (x) ist eine Kugel aus derselben Masse, deren Durchmesser d = 8″ 6‴?

27. Der innere Durchmesser einer hohlen Kugel d = 1′ 8″, die Dicke der Kugel = 3″. Wie groß ist ihr Cubikinhalt C?

28. Wie viel (x) Cubikfuß Stein enthält ein halbkugelförmiges Gewölbe, wenn dessen innerer Durchmesser 40′ und die Dicke der Mauer 2′ beträgt?

29. Eine hohle messingene Kugel, deren äußerer Durchmesser D = 2′ 4″ mißt, wiegt 240 Pfd. Wie dick (x) ist der Messing, wenn ein Cubikzoll 11 Lth. wiegt?

30. Wie groß ist der Durchmesser D einer concentrisch hohlen, gußeisernen Kugel, deren Eisenstärke 8‴ und deren Gewicht 150 Pfd. be-

trägt, wenn das specifische Gewicht des Gußeisens = $7\frac{1}{2}$ gerechnet wird?

31. Wie groß (x) ist der Durchmesser einer 100 Pfd. schweren bleiernen Kugel, wenn der Cubikfuß Blei $502\frac{1}{2}$ Pfd. wiegt?

32. Welches ist der Cubikinhalt C eines keilförmigen Kugelausschnitts, dessen Ebenen unter dem Winkel von 48° geneigt sind, wenn der Halbmesser der Kugel r = 8″ 1‴?

33. Wie groß ist der Cubikinhalt C eines Kugelabschnitts, der 8′ 4″ hoch ist, wenn der Halbmesser seiner Grundfläche a = 12′?

34. Wie groß ist der Cubikinhalt C einer, 1′ 8″ hohen Zone, wenn der Durchmesser der einen parallelen Kreisebene 3′ 4″ und der der andern 2′ 4″ ist?

35. Wie groß ist der Cubikinhalt C eines Kugelausschnitts, dessen zugehöriger Kugelabschnitt die Höhe h = 3″ hat, wenn der Durchmesser der Kugel d = 2′ 8″?

36. Wie groß muß die Höhe h des einem Kugelausschnitt zugehörigen Kugelabschnitts seyn, wenn der Cubikinhalt des Ausschnitts dem vierten Theil der Kugel gleich seyn soll?

37. Der Cubikinhalt eines Kugelabschnitts, dessen Höhe $h = 8''$ beträgt $C = 2^{c'}\ 391^{c''}\ 798^{c'''}$. Wie groß ist der Halbmesser a seiner Grundfläche?

38. Der Cubikinhalt einer Kugelzone, deren Höhe $h = 1'\ 5''$, beträgt $C = 12^{c'}\ 205^{c''}$. Wie groß ist die Entfernung a des größten Parallelkreises vom Mittelpunkt der Kugel?

39. Von einer Kugel, deren Radius $r = 8''\ 4'''$, ist ein Abschnitt von der Dicke $h = 5''\ 4'''$ genommen worden. Wie groß ist sein Cubikinhalt C?

40. Der Cubikinhalt eines Kugelabschnitts, dessen Höhe $h = 1'\ 5''$ ist, beträgt $C = 14^{c'}\ 137^{c''}\ 168^{c'''}$. Wie groß ist der Radius der dem Abschnitte zugehörigen Kugel?

41. Wie groß ist der Cubikinhalt C einer $6''$ hohen Kugelzone, deren größter Parallelkreis $4''$ vom Mittelpunkt der Kugel entfernt ist?

42. Die Oberfläche der einen Kugel verhält sich zu der einer anderen $= m : n$. In welchem Verhältnisse stehen ihre Cubikinhalte?

43. Wie verhalten sich die Cubikinhalte eines Cylinders, einer Kugel und eines Kegels

zu einander, wenn ersterer und letzterer zur Grundfläche den größten Kugelkreis und zur Höhe den Durchmesser der Kugel haben?

44. In eine Kugel, deren Durchmesser d = 1′ 2″, ist ein Würfel einbeschrieben. Wie groß ist dessen Seite S?

45. Der Durchmesser unserer Erde ist D = 1719 geogr. Meilen, der des Mondes d = 468 geogr. Meilen. Wie verhalten sich beide Körper zu einander hinsichtlich der Größe ihrer Oberflächen und hinsichtlich ihres Cubikinhaltes?

46. Wie viel (x) wiegt eine concentrisch hohle messingene Kugel, deren äußerer Durchmesser 1′ 5″ und deren Messingstärke 7‴ beträgt, wenn das Gewicht des Cubikzolls Messing = 11 Lth.?

47. Welches ist der Cubikinhalt C eines Kugelabschnitts, wenn der Radius seiner Grundfläche r = 2′ 4″ und der Durchmesser der ganzen Kugel D = 3′ ist?

48. Wie groß ist der Cubikinhalt C der beiden gemäßigten Zonen unserer Erde, deren Höhe h = 446 geogr. Meilen und deren größter Parallelkreis sich in der Entfernung a =

342 geogr. Meilen vom Mittelpunkte der Erde befindet?

49. Man will fünf Kugeln, deren Halbmesser 8'', 11'', 13'', 15'' und 20'' groß sind, in eine einzige umgießen lassen. Wie groß wird der Halbmesser r dieser Kugel werden?

50. Eine Kugel und ein Würfel haben gleiche Oberflächen Q = 12 □' 48 □''. Wer von ihnen hat den größten Cubikinhalt?

51. Eine Kugel und ein Würfel haben gleichen Cubikinhalt, und zwar C = $3^{c\prime}$ $420^{c\prime\prime}$. In welchem Verhältnisse steht die Oberfläche des Würfels zu der der Kugel?

52. Man soll für $19\frac{1}{3}$ fl. eine gußeiserne, hohle Kugel verfertigen, deren Dicke 6''' beträgt. Wie groß wird der äußere Durchmesser **D** der Kugel werden, wenn das Pfund Gußeisen, dessen specifisches Gewicht = $7\frac{1}{2}$ ist, 8 kr. kostet?

53. Drei metallene Kugeln, deren Durchmesser d = 1' 2'', d' = 1', d'' = 8'', werden in eine einzige umgegossen, die vergoldet werden soll. Wie viel (x) Gold braucht man hierzu, wenn auf den Quadratzoll $\frac{1}{2}$ Quint gerechnet wird?

54. Mit welchem (x) Gewichte drückt eine 80 Pfd. schwere, eiserne Kugel auf den Boden eines mit Wasser angefüllten Gefäßes, wenn das specifische Gewicht des Eisens = 7,113 ist, und der bayer. Cubikfuß Wasser 44 Pfd. 12 Lth. wiegt?

55. In welchem Verhältniß stehen die Oberflächen zweier eisernen Kugeln, von denen die eine 50 Pfd., die andere 80 Pfd. wiegt, wenn das specifische Gewicht des Eisens = $7\frac{1}{2}$?

56. Eine Kugel, deren Halbmesser R = 6″, ist durch einen Cylinder durch die Mitte ausgehöhlt, der zum Radius seiner Grundfläche r = 3″ hat. Wie groß ist der Cubikinhalt C der Aushöhlung?

57. Wie viel (x) Cubikfuß Kork muß man an 60 Pfd. Gußeisen anhängen, daß beide im Wasser schweben? Das specifische Gewicht des Korks = 0,24, das des Gußeisens = 7,5.

58. Man soll eine eiserne Kugel 1 Pfd. schwer machen, welche im Wasser schwebt. Wie groß muß der äußere Durchmesser D und die Dicke (x) der Kugel gemacht werden, wenn das specifische Gewicht des Eisens = 7,113 ist?

59. Man soll aus 15 Pfd. Messing eine hohle Kugel machen, die nur zur Hälfte im Wasser eintaucht. Wie groß muß der äußere Durchmesser D und wie groß die Dicke (x) der Kugel werden, wenn der Cubikzoll Messing 11 Lth. wiegt?

Auflösungen
der vorhergehenden Aufgaben.

A. Lösungen der Aufgaben zur Verwandlung eines Maaßes in ein anderes.

1. $Q = 29\square^{o}\ 80\square'\ 80\square''\ 44\square'''$ dd.
2. $Q = 3\square^{o}\ 33\square'\ 28\square''\ 16\square'''\ 40\square''''$ d.
3. $C = 3^{c\,o}\ 712^{c\prime}\ 935^{c\prime\prime}\ 598^{c\prime\prime\prime}$ dd.
4. $C = 13^{c\,o}\ 954^{o\prime}\ 277^{c\prime\prime}\ 860^{c\prime\prime\prime}$ d.
5. $Q = 46\square'\ 98\square''\ 22\square'''$.
6. $x = 35^{c\prime}\ 888^{c\prime\prime}\ 874^{c\prime\prime\prime}$.
7. $x = 35\square'\ 113\square''\ 35\square'''$.
8. $x = 6^{c\,o}\ 153^{c\prime}\ 586^{c\prime\prime}\ 612^{c\prime\prime\prime}$.

B. Lösungen der Aufgaben über Parallelepipeden und Prismen.

1. $S = \sqrt{\frac{D^2}{3}} = D\ .\ 0{,}57735\ ..$
2. $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
3. $S = 1'\ 3''$.
4. $Q = 4\square'\ 50\square''$.

5. $S = \sqrt{\frac{Q}{6}}$.
6. $S = 4' \; 1'' \; 5''',69$.
7. $Q = 5\,\square^0 \; 10\,\square'$.
8. $Q = 4\,\square^0 \; 71\,\square' \; 24\,\square''$.
9. $H = 2' \; 1''$.
10. $Q = 9\,\square' \; 10\,\square''$.
11. $G = 91\,\square'' \; 98\,\square'''$.
12. $C = 12^{c\prime} \; 288^{c\prime\prime}$.
13. $C = 10^{c\prime} \; 620^{c\prime\prime}$.
14. $L = 4'$, $B = 2' \; 4''$, $H = 9'$.
15. $C = 126^{c\prime}$.
16. $x = 40$.
17. $x = 2\frac{1}{7}$.
18. $x = 6' \; 7''$.
19. $x = 19$ Stunden 37 Minuten.
20. $x = 651,54$.
21. $S = 1' \; 4''$.
22. $H = 3' \; 8''$.
23. $H = 2' \; 4''$.
24. $S = \sqrt[3]{C}$.
25. $S = 1' \; 8'' \; 8''',98$.
26. $S = 8'' \; 2'''$.
27. $x = 1' \; 2''$.
28. $x = 2' \; 2'' \; 8''',46$.

29. $S = 2' \, 3'' \, 5''',7$; $S' = 2' \, 6'' \, 9''',9$.
30. $Q = 4 \square' \, 10 \square'' \, 15 \square'''$.

C. Lösungen der Aufgaben über Cylinder.

1. $Q = 97 \square' \, 11 \square'' \, 29 \square'''$.
2. $h = 4' \, 5'' \, 2'''$.
3. $r = 9'' \, 6'''$.
4. $r = 1' \, 2''$.
5. $Q = 80 \square' \, 45 \square'' \, 62 \square'''$.
6. $h = 5' \, 4'' \, 2'''$.
7. $Q = 3 \square' \, 71 \square'' \, 40 \square'''$.
8. $r = 8'' \, 2'''$.
9. $x = 1 \square' \, 84 \square'' \, 75 \square'''$.
10. $h = 9' \, 1''$.
11. $C = 54^{c'} \, 478^{c''} \, 476^{c'''}$.
12. $C = 2^{c'} \, 406^{c''} \, 900^{c'''}$.
13. $r = 1' \, 2'' \, 3'''$ dd.
14. $h = 3'' \, 7''' \, 9'''',7$.
15. $h = 2' \, 5''$.
16. $d = 3' \, 3'' \, 7''' \, 4''''$.
17. $h = 11' \, 8'' \, 3''',5$; $d = 2' \, 0'' \, 9''',28$.
18. $C = 16^{c'} \, 491^{c''} \, 308^{c'''}$.
19. $C = 110^{c'} \, 223^{c''} \, 610^{c'''}$.
20. $C = 604^{c''} \, 800^{c'''}$.

21. $x = 1{,}4278$.
22. $x = 350{,}68$.
23. $x = 5'' \; 6''',5$.
24. $C = 5^{c\prime} \; 397^{c\prime\prime} \; 770^{c\prime\prime\prime}$.
25. $C = 12' \; 8''$.
26. $r = 7'' \; 9''',51$.
27. x = 37 Ctr. 74 Pfd.
28. $x = 2'' \; 3''' \; 2''''$.
29. $x = 16^{c\prime} \; 110^{c\prime\prime} \; 222^{c\prime\prime\prime}$.
30. $m : n : r$.
31. $R^2 : r^2 : \varrho^2$.

D. Lösungen der Aufgaben über Pyramiden.

1. $x = 3' \; 2''$.
2. $x = 1' \; 7'' \; 3''',3$.
3. $Q = 36 \,\square' \; 81 \,\square'' \; 98 \,\square'''$.
4. $Q = 22 \,\square' \; 29 \,\square'' \; 48 \,\square'''$.
5. $Q = 35 \,\square' \; 84 \,\square''$.
6. $Q = 2 \,\square' \; 92 \,\square'' \; 72 \,\square'''$.
7. $P = 8' \; 8''$.
8. $Q = 56 \,\square'$.
9. $C = 7^{c\prime} \; 560^{c\prime\prime}$.
10. $C = 4^{c\prime} \; 712^{c\prime\prime} \; 160^{c\prime\prime\prime}$.
11. $C = 4^{c\prime} \; 364^{c\prime\prime} \; 768^{c\prime\prime\prime}$.

12. $C = 4^{c\prime}\ 489^{c\prime\prime}\ 476^{c\prime\prime\prime}$.
13. $H = 7'\ 5''$.
14. $G = 4\,\square'\ 20\,\square''$.
15. $C = 482^{c\prime\prime}\ 690^{c\prime\prime\prime}$.
16. $k = 2'\ 1''\ 3'''$.
17. $k = 1'\ 1''\ 9''',12$.
18. $x = \frac{h\sqrt{g}}{\sqrt{G} - \sqrt{g}}$.
19. $C = 11^{c\prime}\ 414^{c\prime\prime}\ 568^{c\prime\prime\prime}$.
20. $C = 18^{c\prime}$.
21. $G = 5\,\square'\ 40\,\square''$.
22. $C = 30^{c\prime}\ 42^{c\prime\prime}$.
23. $x = 7'\ 4''\ 8''',5$.
24. $x = 1'\ 5''\ 4''',8$.
25. $x = \frac{1}{8}$.
26. $3'\ 3''\ 2''',8$;
$8''\ 6''',5$;
$6''\ 0''',7$.

E. Lösungen der Aufgaben über Kegel.

1. $Q = 44\,\square'\ 23\,\square''\ 36\,\square'''$.
2. $Q = 22\,\square'\ 99\,\square''\ 64\,\square'''$.
3. $P = 1'\ 2''$.
4. $h = 11'\ 9''\ 7''',3$.

5. $S = 1' \, 8''$.
6. $Q = 29 \square' \, 2 \square'' \, 83 \square'''$.
7. $Q = 106 \square' \, 56 \square'' \, 28 \square'''$.
8. $Q = 97 \square' \, 61 \square''$.
9. $R = 1' \, 2''$.
10. $Q = 29 \square' \, 75 \square'' \, 40 \square'''$.
11. $Q = 6 \square' \, 3 \square'' \, 18 \square'''$.
12. $d = 4' \, 6'' \, 9'''$.
13. $Q = 17 \square' \, 34 \square'' \, 16 \square'''$.
14. $Q = 16 \square' \, 35 \square'' \, 28 \square'''$.
15. $Q = 14 \square' \, 40 \square'' \, 7 \square'''$.
16. $r = 1' \, 7'' \, 9''',84$.
17. $r = 1' \, 3''$.
18. $r = 8''$.
19. $r = 8'' \, 4'''$.
20. $S = 8' \, 6''$.
21. $h = 20'$.
22. $h = 3' \, 2''$.
23. $x = 15492$.
24. $R = 1' \, 9'' \, 3'''$.
25. $x = 32^{\circ} \, 36'$.
26. $C = 190^{c''} \, 3^{c'''}$.
27. $R = 1' \, 0'' \, 9''',1$.
28. $C = 3^{c'} \, 392^{c''} \, 920^{c'''}$.
29. $C = 10^{c'} \, 578^{c''} \, 80^{c'''}$.

30. $C = 865^{c\prime\prime}\ 382^{c\prime\prime\prime}$.
31. $d = 2'\ 9''\ 5'''$.
32. $C = 33^{c\prime}\ 458^{c\prime\prime}\ 715^{c\prime\prime\prime}$.
33. $C = 3^{c\prime}\ 10^{c\prime\prime}\ 560^{c\prime\prime\prime}$.
34. $C = 1^{c\prime}\ 130^{c\prime\prime}\ 214^{c\prime\prime\prime}$.
35. $C = 3^{c\prime}\ 134^{c\prime\prime}\ 244^{c\prime\prime\prime}$.
36. $G = 3\square'\ 24\square''\ 30\square'''$.
37. $h = 7'\ 3''\ 1'''$.
38. $C = 26^{c\prime}\ 607^{c\prime\prime}\ 120^{c\prime\prime\prime}$.
39. $S = 2'\ 7''$.
40. $h = 2'\ 4''\ 8'''$.
41. $h = 3'\ 5''\ 1'''$.
42. $x = \frac{Hr}{R - r}$.
43. $C = 63^{c\prime}\ 475^{c\prime\prime}\ 900^{c\prime\prime\prime}$.
44. $x = 121^{c\prime},03$.
45. $x = 26,565$.
46. $C = 44^{c\prime}\ 960^{c\prime\prime}$.
47. $C = 62^{c\prime}\ 405^{c\prime\prime}$.
48. $x = 30^{c\prime\prime}\ 568^{c\prime\prime\prime}$.
49. $x = 10'\ 8''\ 4''',8$.
50. $h = 60'\ 9''\ 7'''$.
51. $D = 2'\ 6''$.
52. $C = 1^{c\prime}\ 762^{c\prime\prime}\ 956^{c\prime\prime\prime}$.

F. Lösungen der Aufgaben über Kugeln.

1. $Q = 38\square' \; 69\square'' \; 111\square'''$.
2. $Q = 9283292 \; \square$ Meilen.
3. $d = 2' \; 3'' \; 4'''$.
4. $x = 9$.
5. $Q = 3\square' \; 26\square'' \; 72\square'''$.
6. $Q = 47\square' \; 50\square'' \; 9\square'''$.
7. $Q = 34\square' \; 38\square'' \; 16\square'''$.
8. $Q = 4\square' \; 60\square'' \; 27\square'''$.
9. $R = 1' \; 8''$.
10. $R = 9'' \; 2''',7$.
11. 2 : 3.
12. 4 : 9.
13. 3696020 □Meilen;
    4819956 » ;
    778110 » .
14. $d = 2' \; 4''$.
15. $x = 64^{\circ}$.
16. $C = 1^{c\prime} \; 447^{c\prime\prime} \; 644^{c\prime\prime\prime}$.
17. $x = 31$ Ctr. 87 Pfd.
18. $C = 1^{c\prime} \; 47^{c\prime\prime} \; 392^{c\prime\prime\prime}$.
19. $d = 2' \; 3'' \; 4'''$.
20. $r = 2' \; 8'' \; 5'''$.
21. $Q = 8\square' \; 4\square'' \; 24\square'''$.

22. $C = 7^{c\prime}\ 986^{c\prime\prime}\ 450^{c\prime\prime\prime}$.
23. $h = 8''$
24. $r = 18\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = 1'\ 5''\ 7''',24$.
25. $D = 24\sqrt{5} = 4'\ 1''\ 0''',39$.
26. x = 80 Pfd. 25 Lth.
27. $C = 4^{c\prime}\ 184^{c\prime\prime}\ 600^{c\prime\prime\prime}$.
28. $x = 5546^{c\prime}$.
29. $x = 4'''$.
30. $D = 1'\ 4''\ 1'''$.
31. $x = 7''\ 2''',43$.
32. $C = 296^{c\prime\prime}\ 813^{c\prime\prime\prime}$.
33. $C = 2^{c\circ}\ 210^{c\prime}\ 374^{c\prime\prime}$.
34. $C = 15^{c\prime}\ 296^{c\prime\prime}\ 420^{c\prime\prime\prime}$.
35. $C = 1^{c\prime}\ 231^{c\prime\prime}\ 504^{c\prime\prime\prime}$.
36. $h = \frac{1}{2}r$.
37. $a = 1'\ 3''$.
38. $a = 8''$.
39. $C = 604^{c\prime\prime}\ 618^{c\prime\prime\prime}$.
40. $r = 2'\ 5''$.
41. $C = 980^{c\prime\prime}\ 177^{c\prime\prime\prime}$.
42. $m\sqrt{m} : n\sqrt{n}$.
43. 3 : 2 : 1.
44. $S = 6''\ 9''',28$.
45. 13,491 : 1;
49,555 : 1.

Bayerische Staatsbibliothek München

46. $x = 154$ Pfd. 22 Lth.

47. $C = 1^{c\prime}\ 470^{c\prime\prime}\ 266^{c\prime\prime\prime}$.

48. $C = 722504166^{c}$ Meilen.

49. $r = 2'\ 4''\ 8''',87$.

50. $2^{c\prime}\ 999^{c\prime\prime}\ 818^{c\prime\prime\prime}$ der Würfel;
$4^{c\prime}\ 145^{c\prime\prime}\ 678^{c\prime\prime\prime}$ die Kugel.

51. 136197 : 109774.

52. $D = 1'\ 5''\ 8'''$.

53. $x = 86$ Lth.

54. $x = 68$ Pfd. 24 Lth.

55. $\sqrt[3]{5^2} : \sqrt[3]{8^2} = 29240 : 43267$.

56. $C = 317^{c\prime\prime}\ 108^{c\prime\prime\prime}$.

57. $x = 1^{c\prime}\ 542^{c\prime\prime}$.

58. $D = 3''\ 5''',0445$;
$x = 0''',863$.

59. $D = 1'\ 0''\ 8''',88$;
$x = 1''',195$.

Bayerische Staatsbibliothek München

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Wöckel, Lorenz

Formeln und Aufgaben zur Stereometrie für Gymnasien, Gewerbschulen u. zum Selbstunterricht

Nürnberg 1841

Math.p. 660-7
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083168-3